

Pourquoi s'intéresser aux classes de problèmes ?

Les travaux de recherche sur l'apprentissage de la proportionnalité ont mis en évidence deux faits importants : 1°) les élèves recourent spontanément à une grande variété de procédures pour résoudre les problèmes, 2°) en revanche, ils ne transfèrent pas du tout spontanément les procédures qu'ils savent utiliser pour certains problèmes à d'autres problèmes qui paraissent pourtant analogues à première vue. C'est ce dernier constat qui conduit à s'intéresser aux *classes de problèmes* et ceci bien que les programmes du cycle 3 et de 6^{ème} n'évoquent pas cette question pour l'instant à propos du thème de la proportionnalité.

Les critères

Les classes identifiées comme importantes du point de vue de leur compréhension par les élèves sont décrites dans plusieurs documents et ouvrages ([bibliographie](#)).

Trois critères principaux sont utilisés pour les distinguer :

- le **nombre de grandeurs** mises en jeu dans les problèmes,
- les **domaines** qui caractérisent ces grandeurs (on dit aussi leur "nature"),
- le **type de relation** qui existe entre ces grandeurs (on parle de la "structure relationnelle" du problème).

Les trois grandes classes

exemple 1

Aurélie achète 30 cm de ruban et paie 20 centimes d'euros. Son amie Christine a besoin de 90 cm du même ruban. Combien va-t-elle payer ?

Ce problème met en jeu (de manière explicite ou implicite) :

- 4 grandeurs (4 mesures exprimées chacune dans une unité),
- 2 domaines de grandeurs : des longueurs et des prix,
- une relation de **proportionnalité simple** entre ces deux sortes de grandeurs (que l'on peut modéliser sous la forme d'une fonction qui associe à la longueur achetée le prix à payer – fonction supposée linéaire dans le cas présent)

Remarque : pour caractériser la *difficulté de la tâche* que constitue ce problème, il faudrait aussi prendre en compte la taille et la nature des nombres que l'élève doit manipuler, la nature de la question posée (ici sur les prix mais ce pourrait être sur les longueurs), la clarté de l'énoncé,... ; l'analyse en *classes de problèmes* se situe à un niveau plus global que l'analyse de la *tâche particulière* que constitue chaque problème.

exemple 2

Un directeur d'école commande 4 boîtes de compas. Dans chacune des boîtes, il y a 8 compas. Un compas coûte 3 €. Combien le directeur doit-il payer en tout ?

En quoi ce problème est-il différent du précédent ?

Il met en jeu :

- plus de 4 grandeurs,
- 3 domaines de grandeurs : des quantités de boîtes, des quantités de compas et des prix,
- une relation de **proportionnalité simple composée** entre ces trois sortes de grandeurs (que l'on peut modéliser sous la forme d'une composition de 2 fonctions linéaires, l'une qui associe à la quantité de boîtes la quantité de compas, l'autre qui associe à la quantité de compas le prix à payer).

exemple 3

Pour un séjour à la montagne, le prix est de 20 € par personne et par jour. Quel est le prix d'un séjour pour un groupe de 4 personnes et pour 6 jours ?

En quoi ce problème est-il différent des deux précédents ?

Il met en jeu :

- plus de 4 grandeurs (comme l'exemple 2),
- 3 domaines de grandeurs (comme l'exemple 2) : des quantités de personnes, des quantités de jours et des prix,
- mais ici une relation dite de **proportionnalité double** entre ces trois sortes de grandeurs (la fonction qui modélise le mieux la situation n'est pas une composition de deux fonctions comme dans l'exemple 2 - c'est une fonction qui associe, *à la fois* au nombre de personnes et à la durée du séjour, le prix à payer - donc une fonction de deux variables).

Des sous-classes importantes

La catégorisation précédente n'est pas suffisante car d'autres caractéristiques, concernant surtout la nature des grandeurs en jeu, interviennent dans la compréhension des problèmes.

- Pour les problèmes de *proportionnalité simple* (exemple 1) deux sous-classes au moins sont à prendre en compte :
 - celle des problèmes où toutes les grandeurs appartiennent **au même domaine** (par exemple : la plupart des problèmes simples d'agrandissement ou réduction car les mesures concernent toutes des longueurs exprimées dans la même unité) ;
 - celle des problèmes de **comparaison** qui se caractérisent par des tâches très particulières (de type classement en général) et qui mettent souvent en jeu une grandeur implicite (par exemple : la "rapidité" lorsque les grandeurs concernent des durées et des distances - et ceci même dans le cas où la grandeur quotient "vitesse" n'est pas explicitée).
- Pour la *proportionnalité simple composée* (exemple 2), une sous-classe importante est celle des problèmes de **recettes** ; ces problèmes sont beaucoup utilisés avec les jeunes élèves alors qu'ils sont généralement complexes du point de vue des relations entre les grandeurs ; hormis le cas du simple mélange de deux ingrédients, la plupart des problèmes de recettes correspondent à une composition de plusieurs fonctions avec, en outre, la présence d'une grandeur très particulière : la quantité de personnes (qui peut être explicitée ou non).

L'idée importante au niveau de l'enseignement est de donner à l'élève l'occasion de *rencontrer* ces différentes classes de problèmes, de *s'en imprégner* progressivement et de pouvoir ainsi augmenter la "portée" des procédures qu'il connaît mais qu'il doit apprendre à *contextualiser* dans chaque type de problèmes.