

Procédures pour résoudre un problème de proportionnalité

Les commentaires de programmes actuels (BO sept 2004) pour la classe de sixième font explicitement mention de plusieurs types de procédures pour résoudre un problème de proportionnalité. Voici des exemples de chacune de ces procédures, présentées suivant un ordre croissant : de la plus élémentaire à la plus élaborée, ordre qui devrait correspondre à celui des apprentissages...

Exemple de problème

La voiture de Xavier consomme 10 litres de gasoil pour parcourir 200km.

- 1) Quelle est sa consommation pour 300 km ?
- 2) Quelle distance peut-elle parcourir avec 12 litres ?
- 3) Quelle distance peut-elle parcourir avec 22 litres ?

Remarque : Ici on suppose implicitement que les deux grandeurs en jeu, litres et kilomètres, sont proportionnelles.

Avec la linéarité additive

Un élève peut répondre à la question 3), si il a déjà traité la question 2) :

« 22 litres, c'est 10 litres + 12 litres. Donc la voiture pourra parcourir 200 kilomètres + 240 kilomètres : 440 kilomètres. »

Ici l'élève utilise **la propriété additive de linéarité** (c'est la fonction f qui associe au nombre de litres de gasoil le nombre de kilomètres parcourus qui est linéaire).

Avec un rapport de linéarité

Un élève peut répondre à la question 1) :

« 300, c'est 1,5 fois 200. Donc la voiture consommera 1,5 fois plus, $1,5 \times 10$ litres = 15 litres ».

Dans ce cas l'élève utilise un **rapport de linéarité**, ou la **propriété de linéarité multiplicative**. 1,5 est un opérateur scalaire, sans unité.

Une procédure linéaire mixte

Les deux propriétés de **linéarité, additive et multiplicative**, sont souvent utilisées simultanément. Par exemple un élève peut répondre à la question 1) :

« Si il fait 200km avec 10 litres, il fera 100km avec 5 litres (*linéarité multiplicative*). Et pour faire 300km = 100km + 100km + 100km il aura besoin de 5 litres + 5 litres + 5 litres = 15 litres. »

Avec l'image de l'unité

Différents types de procédures peuvent utiliser l'image de l'unité. On les reconnaît parce que le 1 (ici 1 litre, ou 1 kilomètre) est explicitement mentionné.

Version linéaire

Un élève peut répondre à la question 2) :

« Avec 1 litre, la voiture parcourt 20km. Donc avec 12 litres, elle parcourt 12 fois plus : $12 \times 20 \text{ km} = 240 \text{ km}$ ».

Ici l'élève utilise **l'image de l'unité**, par la fonction f qui associe au nombre de litres de gasoil le nombre de kilomètres parcourus.

Version fonctionnelle

Un élève peut répondre à la question 2) :

« Avec 1 litre, la voiture parcourt 20km. Donc on a toujours 20 fois plus de kilomètres que de litres. Donc avec 12 litres, elle parcourt: 12 litres \times 20 kilomètres pour un litre = 240 kilomètres. »

Avec un coefficient de proportionnalité (rapport fonctionnel)

Un élève peut répondre à la question 2) :

« 200, c'est 20 fois plus que 10. Donc pour 12 litres, le nombre de kilomètres parcourus sera $20 \times 12 = 240$ kilomètres ».

Ici l'élève utilise **un coefficient de proportionnalité**. Le nombre 20 a une unité, c'est le rapport fonctionnel entre les deux grandeurs.

Remarque : attention, l'emploi d'un tableau ou d'un graphique n'est pas une procédure. On peut appeler ça une représentation, un registre ... Mais ça n'a pas de rapport avec la structure mathématique en jeu.