Triangles isométriques, Triangles semblables.

Série 1 : Triangles isométriques

Ex 1 : Découverte des cas d'isométries

Tracenpoche

Q1 : On trace un triangle ABC. On trace un autre triangle DEF tel que DE=AB et F est mobile. on marque les angles A et B et les angles D et E.
"*Place le point F de manière à ce que angle A = angle D et angle B = angle E*"
Q2 : *En utilisant la fenêtre analyse, compare les longueurs AC et DF, ainsi que BD et EF.*
Les triangles ABC et DEF semblent-ils isométriques ?
Après la réponse : Enoncé de la propriété (admise).
Q3 : On trace un triangle ABC. On trace un segment [DE] de même longueur que [AB]
" *Place le point F de manière à ce que DF = AC et EF = BC*"
Cette fois-ci, le point doit être placé aux instruments.
Q4 : *En utilisant la fenêtre analyse, compare les angles A et D, B et E, C et F.*
Les triangles ABC et DEF semblent-ils isométriques ?
Après la réponse : Enoncé de la propriété (admise).
Q5 : On trace un triangle ABC. On trace un angle D (deux demi-droites) de même mesure que l'angle A.
Place le point E sur une des demi-droites tel que DE = AB.
Place le point F sur une des demi-droites tel que DF = AC.
En utilisant la fenêtre analyse, compare les angles B et E, C et F et les longueurs BC et EF.
Les triangles ABC et DEF semblent-ils isométriques ?
Après la réponse : Enoncé de la propriété (admise).

Ex 2 : Un angle et deux côtés égaux.

Avec Tracenpoche.
On donne un triangle ABC quelconque, ni isocèle, ni rectangle (et de préférence assez « loin » d'un triangle isocèle ou rectangle). Le plus petit côté de ce triangle est AC. Le triangle ABC doit être fixe.
On donne vec u , un vecteur.
Q1. Construire l'image de D de A, l'image E de B et l'image F de C par la translation de vecteur vec u. Construire le triangle DEF.
Les triangles ABC et DEF seront mis en couleur.
Q2. Dans la fenêtre analyse, faire mesurer les longueurs AB, BC, AC, DE, EF et DF ainsi que les mesures des angles BAC, ABC, ACB, EDF, DEF, DFE.
Les mesures n'ont pas ici un grand intérêt, mais l'idée est de suggerer à l'élève d'exploiter par la suite la fenêtre analyse.
Les triangles ABC et DEF sont ils isométriques ?
Q3. Construire le cercle de centre D et de rayon DF. Ce cercle coupe la droite (EF) en F et en un autre point G. Construire le point G. Construire le triangle DEG.
Q4. On s'intéresse à présent au triangle DEG.

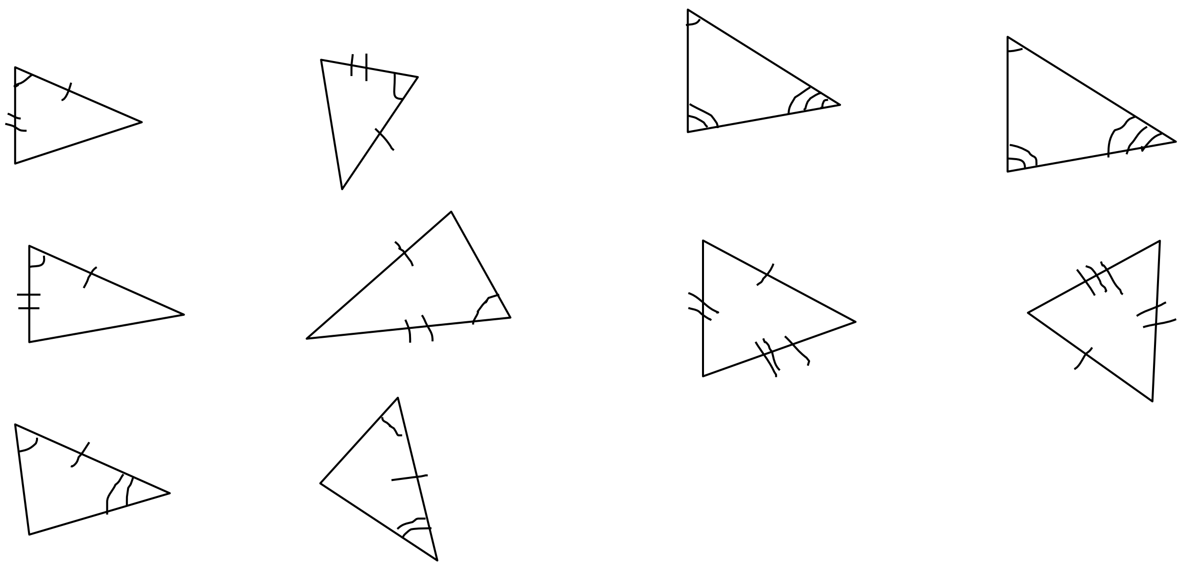
On efface la fenêtre analyse, on efface le coloriage du triangle DEF, et on colorie l'intérieur du triangle DEG.
Donner trois égalités de longueur ou d'angles, faisant intervenir les côtés et angles du triangle ABC et du triangle DEG. (on pourra utiliser la fenêtre analyse.)

Un menu permet de choisir entre égalités de longueur ou d'angle.
Q5. Les triangles ABC et DEG sont ils isométriques ?
On laisse sur l'écran, dans cette question, les trois égalités précédentes.
Que pensez vous de la propriété suivante : « si deux triangles ont un même angle et deux côtés respectivement égaux, alors ils sont isométriques ». ?
Cette propriété est vraie; parfois fausse.
"Si deux triangles ont un même angle et deux côtés respectivement égaux, alors ils sont isométriques".
Cette propriété est vraie ? oui - non.
Après la réponse, commentaire : "Il existe des triangles qui ont un même angle et deux côtés respectivement égaux et qui ne sont pas isométriques"

Ex 3 : Isométriques ou pas ?

10 Questions :

5 premières questions avec tirage aléatoire. On donne des triangles deux par deux.
D'après le codage, peut-on affirmer que les triangles suivants sont isométriques ? (oui/non)



Il faut dans le cas oui :

- **trois côtés égaux**
- **deux angles et un côté, le côté entre les deux angles**
- **deux angles et un côté, le côté n'étant pas entre les deux angles.**
- **un angle et deux côtés, l'angle étant entre les deux côtés.**

Dans le cas non :

- **Deux angles et un côté mais le côté ne correspond pas à l'autre.**
- **Un angle et deux côtés mais le côté ne correspond pas.**
- **Un angle et deux côtés, l'angle n'étant pas entre les deux côtés.**
- **Trois angles égaux, pas d'indication pour les côtés.**

5 questions suivantes : dans le même esprit, mais sans figure. On donne les égalités avec des lettres et on invite l'élève à faire ses figures au brouillon (papier)

Ex 4 : Application : trisection d'un segment

La construction suivante est animée (Tracenpoche) :
_ tracer un segment [AB]
_ un point C tel que (AB) perpendiculaire à (AC)
_ un point D tel que (BD) perpendiculaire à (AB) et vec(BD) = vec(CA)
_ soit E le milieu de [AC]
_ soit F le milieu de [BD]
_ tracer la droite (CF) et noter H le point d'intersection des droites (AB) et (CF)
_ tracer la droite (ED) et noter G le point d'intersection des droites (AB) et (ED)
_ on note K le point d'intersection de la perpendiculaire à (AB) passant par H et la droite (ED)

Titre qui reste tout au long de l'exo :
"On veut montrer que le segment [AB] est partagé en trois segments égaux : AG=GH=HB"
La trame de la démonstration (les résultats déjà démontrés) s'affichera tout au long de l'exo.

Q1. Observe la figure. Quels sont les trois triangles qui semblent isométriques ?
Il s'agit des triangles ... , ... et ...
Après l'appréciation :
si on arrive à montrer que ces trois triangles sont effectivement isométriques, on aura démontré l'égalité demandée.
Q2. Phrase qui reste jusque Q4 : "Montrons que EAG et FBH sont isométriques"
Comme vec(EC)=vec(DF), ECFD est un ....
Donc les droites (ED) et (CF) sont ....
Q3. Comme (ED) est parallèle à (CF), quel est l'angle du triangle FBH qui est égal à widehat(AGE) ?
Pourquoi ?
(menu : ce sont des angles alternes-externes, alternes internes, opposés par le sommet...)
Q4. Avec ce qu'on a montré, cite les trois conditions qui permettent de justifier que EAG et FBH sont isométriques.
(un menu permet de choisir entre égalités d'angles et égalités de longueurs).
Q5. Parmi les trois longueurs AG, GH et HB, quelles sont celles dont on vient de démontrer qu'elles sont égales ?
Q6. Phrase qui reste jusque Q9 : "Montrons que EAG et KHG sont isométriques"
Comme les droites (EC) et (KH) sont ...
comme les droites (CH) et (EK) sont ...
le quadrilatère ECHK est un ....
Q7. On peut en déduire que EC = ...
Q8. Quel est l'angle du triangle KHG qui est égal à widehat (AGE) ?
Pourquoi ?
(menu : ce sont des angles alternes-externes, alternes internes, opposés par le sommet...)
Q9. Avec ce qu'on a montré, cite les trois conditions qui permettent de justifier que EAG et FBH sont isométriques.
(un menu permet de choisir entre égalités d'angles et égalités de longueurs).
Q10. Parmi les trois longueurs AG, GH et HB, quelles sont celles dont on vient de démontrer qu'elles sont égales ?
Commentaire : "Donc, les trois longueurs sont égales. Partant d'un segment [AB], cette construction permet de le décomposer en trois segments de même longueur."

Ex 5 : Avec une isométrie

Q1. ABCD et ABEF sont deux parallélogrammes *(faire une figure)*. Les triangles DAF et CBE sont isométriques car le triangle DAF est l'image du triangle CBE par la translation de vecteur .. *(prévoir 3 réponses possibles)*
Q2. Soit ABC un triangle isocèle en A. On note I, J, K les milieux respectifs des segments [AC], [AB], [BC] *(faire une figure)*. Les triangles BIC et BJC sont isométriques car le triangle BJC est l'image du triangle BIC par la symétrie d'axe (..)
Q3. ABCD est un parallélogramme de centre O *(faire une figure)*. Les triangles ABD et CDB sont isométriques car le triangle CDB est l'image du triangle ADB par la symétrie centrale de centre .
Q4. *Dessiner deux triangles ABC et DEF isométriques quelconques et à côtés non parallèles.* On affirme que les triangles ABC et DEF sont isométriques car l'un est image de l'autre par une rotation qui transforme A en D, B en E et C en F. Construire le centre de cette rotation et déterminer une valeur approchée de l'angle de cette rotation
Q5. *Dans un plan « pointé », se donner un triangle T quelconque. Se définir une translation, un symétrie axiale, une rotation avec leurs éléments caractéristiques, de sorte que les images du triangle par ces transformations ne sortent pas de la feuille. Dessiner ce triangle, les éléments caractéristiques nécessaires (un vecteur u, une droite D, un centre O), les images T1, T2, T3 du triangle par chacune de ces transformations.* On affirme que les triangles T, T1, T2, T3 sont isométriques, car
T1 est l'image de T par …
T2 est l'image de T par …
T3 est l'image de T par …
(choix entre translation de vecteur u, symétrie axiale d'axe D, rotation de centre O)
à chaque réponse, s'il est possible d'animer le triangle initial T pour arriver en son image ?