

NARRATION DE RECHERCHE

UNE NOUVELLE PRATIQUE PEDAGOGIQUE

Mireille Sauter
Groupe géométrie
I R E M de Montpellier

1 PRESENTATION

L'idée de cette nouvelle pratique pédagogique, utilisée au collège et au lycée, est venue à la suite d'observations individuelles d'élèves, qui étaient en cours de recherche des solutions de problèmes.

Lors de cette phase de recherche qui est faite d'essais, de tâtonnements, d'intuition, les élèves peuvent faire preuve d'une grande ingéniosité et révéler des qualités souvent insoupçonnées. Ils sont très actifs, et mettent en oeuvre de nombreuses stratégies. Cette première phase de recherche plaît en général aux élèves, mais lors de devoirs traditionnels ce moment de recherche est suivi par la phase rédactionnelle, la mise en forme de la solution et l'élève se heurte alors à la mise en ordre et l'articulation de ses argumentations, à des difficultés de vocabulaire et de syntaxe. Il peut ne rien écrire, malgré une recherche très importante, s'il juge ses résultats non présentables, sa solution non conforme au modèle attendu, ainsi il s'autocensure et il ne reste alors aucune trace de sa véritable recherche. L'enseignant se trouve très démuné pour apprécier le véritable travail de l'élève.

Voici donc comment est née l'idée de proposer aux élèves un nouveau type de devoirs :

les narrations de recherche¹

Il s'agit de faire raconter par l'élève lui même la suite des actions qu'il a réalisées au cours de la recherche des solutions du problème. Un nouveau contrat est passé avec l'enseignant :

l'élève s'engage à raconter du mieux possible toutes les étapes de sa recherche, à décrire ses erreurs, comment lui sont venues de nouvelles idées ; en échange, l'enseignant s'engage à faire porter son évaluation sur ces points précis sans privilégier la solution.

Ce nouveau type de devoirs est présenté au collège dès la classe de sixième, car il s'inscrit totalement dans les objectifs généraux des nouveaux programmes de sixième qui conseillent que « l'enseignement des mathématiques développe les capacités de travail personnel de l'élève et son aptitude à chercher, à communiquer et à justifier ses affirmations ».

Avant de continuer à parler de cette activité, il serait intéressant **de lire à la fin de cet article deux exemples de narrations d'élève**, qui traduisent bien les particularités de ces devoirs. Ces productions constituent la troisième narration donnée à faire depuis le début de l'année scolaire, et on y trouve les caractéristiques, que nous développerons au paragraphe 2.3

2 LES NARRATIONS DE RECHERCHE EN CLASSE DE SIXIEME

Cette nouvelle pratique pédagogique, mise en place dès la sixième, a des objectifs qui évoluent lors du cursus scolaire de l'élève du collège au lycée ; mais en sixième il s'agit principalement de :

- **développer la curiosité et l'esprit critique** des élèves, les mettre dans des situations de recherche motivantes, qui leur donne le goût de faire des mathématiques.
- **donner un outil de communication**, qui facilite le passage à l'écrit des élèves. En

¹Chevalier Arlette (1992) Devoir : les narrations de recherche La feuille à problème n°43 I R E M de Lyon
Narration de recherche : un nouveau type d'exercice scolaire Petit X n°33

sixième, les seuls écrits mathématiques fréquemment obtenus sont des suites de nombres et d'opérations, des dessins de figures géométriques sans aucune explication. Dans une narration de recherche l'élève est obligé de rédiger des phrases correctes, il prend ainsi conscience de l'importance de la rédaction d'un texte pour communiquer ses pensées à l'enseignant. Il acquiert progressivement une certaine aisance et une rigueur dans ses écrits qui se retrouvent ensuite dans des exercices plus classiques.

- **mettre en place les règles du débat mathématique** (cf IREM de Lyon²) plus particulièrement les règles suivantes :

- un contre-exemple suffit pour invalider un énoncé ;
- des exemples qui vérifient un énoncé ne suffisent pas à prouver qu'il est vrai ;
- une constatation sur un dessin ne suffit pas pour prouver qu'un énoncé est vrai

Ces règles ne sont pas naturelles pour des élèves en sixième, car elles ne sont nécessaires que dans le cadre des mathématiques, elles diffèrent souvent des méthodes de raisonnement de la vie courante. Les élèves doivent donc se les approprier à travers des situations, où ils sentiront leur nécessité.

Ces règles peuvent être travaillées avec les narrations de recherche en utilisant les problèmes ouverts de Lyon dont on trouvera les énoncés dans le paragraphe 4.

- **permettre à l'enseignant une bien meilleure connaissance des procédures élèves** : les notions acquises et non acquises, les situations-obstacles, les sources d'erreurs, les outils de preuve sont accessibles et mis en évidence dans ces devoirs et un échange beaucoup plus personnel avec chaque élève est favorisé.

3 DESCRIPTION DE LA METHODE³

La narration de recherche est une activité proposée régulièrement tout au long de l'année. Comme toute nouvelle activité, elle demande une phase d'apprentissage et ce n'est qu'après deux ou trois devoirs de ce type que leur rédaction est vraiment satisfaisante. La narration de recherche permet d'accéder à un élément traditionnellement hors de portée de la connaissance de l'enseignant et pourtant déterminant pour la progression des élèves :

l'activité de recherche elle-même. Mais l'accès à cette activité va dépendre essentiellement de la qualité du récit que l'élève en fait.

Dans un premier temps, l'accent est mis sur cet aspect narratif, car l'élève ne rédige pas un devoir de mathématiques traditionnel. Il raconte plutôt une histoire: l'histoire de sa recherche, il s'implique personnellement, montrant ses hésitations, ses doutes. Ce devoir est un **espace de liberté** pour l'élève qui ne doit pas se sentir jugé sur ses capacités mathématiques mais sur son ingéniosité, sa persévérance dans la recherche d'un problème. Dans un deuxième temps, lorsque les élèves ont compris quel nouveau type de devoir leur était demandé et surtout quelle nouvelle forme d'expression, les diverses méthodes de recherche et l'argumentation des résultats sont plus particulièrement travaillées, car la narration de recherche est assurément une activité essentielle pour l'approche de la démonstration⁴.

La mise en place de cette méthode repose sur plusieurs éléments concernant essentiellement :

- **le choix des énoncés ;**
- **les consignes données aux élèves ;**
- **la correction et l'évaluation des copies ;**
- **le compte-rendu en classe.**

²Initiation au raisonnement déductif au collège (1992) I R E M de Lyon

³Chevalier Arlette, Sauter Mireille (1993) Narration de recherche Brochure IREM de Montpellier

⁴Bonafé Freddy (1993) Narration de recherche Repères n°12

Une étude successive de chaque point va être proposée, et on retrouvera dans chacun cet aspect évolutif de l'activité insistant d'abord sur le côté narratif lors des premiers devoirs puis sur le côté recherche lorsque la qualité du récit est satisfaisante.

Afin de ne pas trop amputer l'horaire disponible en classe pour les cours de mathématiques et surtout pour ne pas limiter le temps et les moyens de la recherche, ce travail est donné à faire à la maison. Toute fois il est recommandé de commencer la première narration en classe, car des conseils oraux et personnels permettent d'arriver plus rapidement à des devoirs satisfaisants.

La réalisation d'un devoir hors de l'école pose évidemment le problème de l'intervention et de l'aide de personnes extérieures. En fait, ces interventions apportent rarement une contribution bénéfique à la narration car les solutions proposées par ces personnes utilisent quelquefois des résultats théoriques et des modes de raisonnement qui ne sont pas maîtrisés par les élèves ; aussi, loin d'être une aide, ces interventions gênent plutôt l'élève dans la description de sa recherche et très rapidement il les refuse. Elles sont d'ailleurs très facilement décelables.

Il est à remarquer que les travaux sont personnels, les copiages pratiquement absents et, loin de nuire à la fiabilité de ces devoirs, le fait qu'ils soient donnés à faire à la maison permet à l'enseignant de découvrir les élèves dans de nouvelles situations.

L'élève sérieux, travailleur, consciencieux mais qui a des difficultés en mathématiques s'investit totalement dans ce devoir où il ne lui est pas seulement demandé la solution mais le récit de son activité de recherche. Les devoirs sont souvent conséquents et traduisent un important travail personnel.

3 . 1 LES ENONCES

Le choix et la rédaction de l'énoncé jouent un rôle déterminant. L'énoncé doit piquer la curiosité de l'élève et motiver sa recherche.

Voici deux exemples d'énoncés donnés en sixième, nous en trouverons d'autres au paragraphe 4.

- Si on dessine deux cercles et un rectangle, combien de points d'intersection peut on obtenir au maximum ?
- Dans un collège de 420 élèves, on enseigne l'allemand et l'espagnol. Il y a 230 élèves qui étudient l'allemand et 220 élèves qui étudient l'espagnol. Mais on sait aussi que 110 élèves étudient à la fois l'allemand et l'espagnol. Combien d'élèves n'apprennent aucune de ces deux langues ?

Voici les principales caractéristiques de ces énoncés :

- L'énoncé est assez bref , exprimé simplement pour être très accessible aux élèves ;
- La solution n'est pas évidente et elle n'est surtout pas donnée par l'énoncé. Les problèmes du type "démontrer que " sont éliminés ;
- Tout élève peut démarrer sa recherche par tâtonnement, par des dessins, par des essais numériques et tester ou vérifier ses résultats ;
- L'énoncé n'induit pas la méthode de résolution., l'élève n'est pas guidé dans sa recherche, les problèmes qui amènent à la solution par une série de questions intermédiaires sont éliminés ;
- Le problème se situe dans un champ de connaissances où l'élève peut prouver la validité de ses conjectures ;
- Les problèmes où la solution est accessible par plusieurs modes de raisonnement (algébrique, géométrique,..) sont particulièrement intéressants.

3 . 2 LES CONSIGNES DONNEES AUX ELEVES

En début d'année, lors de la mise en route du premier devoir, il est important d'avertir les

élèves et d'insister sur le nouveau type d'activité qui leur est proposée. Il s'agit d'un changement radical dans leurs habitudes et surtout dans leur comportement lors de la rédaction du devoir. De la même manière, les élèves doivent sentir que le professeur appréciera leurs copies avec un état d'esprit très différent des autres corrections. La première narration de recherche est présentée par des consignes orales qui prennent la forme suivante:

" Je vous propose un problème où vous aurez tous beaucoup de choses à m'écrire. Pourquoi ? Et bien tout simplement parce que je vous demande de ne pas vous contenter de me donner la réponse mais de me raconter en détail tout ce que vous avez fait pour la trouver ou pour essayer de la trouver. Vous me décrirez vos essais, toutes les pistes que vous avez essayées même si elles n'ont abouti à rien. Toute mon attention ira sur la qualité et la persévérance de votre recherche. Je ne tiendrai pas compte de l'orthographe ou de la syntaxe. J'attacherai plus d'importance à la précision de cette narration qu'au résultat trouvé lui-même."

Ces consignes orales sont étayées par une phrase écrite à la fin de l'énoncé, par exemple: " Raconte sur ta feuille les différentes étapes de ta recherche, les remarques, les aides, les observations que tu as pu faire et qui t'ont fait changer de méthode ou qui t'ont permis de trouver. Ce serait bien si tu pouvais joindre tous tes brouillons numérotés, donner des précisions sur la durée et l'organisation de ton travail. "

3 . 3 LA CORRECTION ET L ' EVALUATION DES COPIES QUELS CRITERES POUR JUGER UNE NARRATION DE RECHERCHE ?

De nouveaux critères sont à prendre en compte car il ne s'agit pas de mesurer une acquisition de connaissances ou un savoir-faire technique, comme c'est très souvent le cas dans des devoirs classiques. L'évaluation porte plutôt sur l'ingéniosité et la persévérance de l'activité de recherche, et non, sur la validité de la solution proposée. Mais la connaissance de cette activité de recherche dépend essentiellement de la qualité de la narration que l'élève en fait, les qualités du récit sont donc essentielles.

Pour évaluer une narration de recherche, deux aspects sont à retenir : la recherche de la solution et la narration, c'est-à-dire le récit qui est le moyen de comprendre la recherche. Les paramètres de cette évaluation évoluent dans le temps et selon les objectifs de chaque narration mais il paraît intéressant d'en relever quelques-uns dans le but principalement d'améliorer progressivement la qualités des devoirs.

3.3.1. Quels critères pour une bonne narration ?

L'élève devient écrivain, le devoir doit présenter toutes les qualités d'un bon récit, sans toutefois que les difficultés de syntaxe ou d'orthographe ne constituent un obstacle à son expression, à sa spontanéité. L'action de narrer n'est pas une activité facile mais on peut retenir quelques éléments qui sont à souligner et à encourager par le correcteur sur les copies :

- **le style d'écriture** :les phrases s'enchaînent, sont faciles à lire, la rédaction n'est pas faite dans un style télégraphique. La présentation des copies est claire et soignée ;
- **la précision du récit** : toutes les idées, tous les essais sont décrits minutieusement; chaque action, chaque changement de piste de recherche doivent être commentés ;
- **la chronologie du récit** : la narration apporte des informations sur le déroulement de la recherche à la maison. A-t-elle été faite en plusieurs jours ? Quelle en a été la durée ? Il faut que le devoir retrace ce déroulement avec la succession précise de chaque étape, l'ordre chronologique étant respecté ;
- **la sincérité du récit** : l'élève s'implique personnellement, fait part de ses doutes, de ses hésitations, décrit ses erreurs. Il emploie le "je", mentionne s'il a reçu des aides

extérieures. C'est là que la relation enseignant-élève joue un rôle déterminant ; l'élève doit être mis en confiance pour raconter ses échecs, tout ce qui lui passe par la tête, il ne doit plus s'autocensurer.

3.3.2 Quels critères pour une bonne recherche ?

Le choix des énoncés est très important pour que la recherche soit motivante. La solution n'est pas évidente, l'élève se trouve dans une véritable situation de recherche et les qualités d'une démarche scientifique doivent être repérables dans son devoir, il sera donc intéressant de relever dans les devoirs :

- **une interrogation sur l'énoncé** : la compréhension et l'interprétation d'un texte sont souvent des facteurs de blocage chez l'élève ;
- **des essais** de diverses pistes en apportant des informations sur les diverses méthodologies adoptées ;
- **des vérifications** qui provoquent des prises de conscience d'erreurs et donc des changements de stratégies ;
- **une certaine cohérence** dans le raisonnement et l'enchaînement des actions ;
- **des argumentations** : la narration de recherche contribue très certainement à l'apprentissage de la démonstration ;
- **un esprit critique** : l'élève doit se poser le plus de "pourquoi" possibles lorsque il émet des conjectures, s'interroger toujours sur la validité de ses résultats, effectuer des vérifications.

3.3.3 Autres critères

Tous les critères énoncés ci dessus constituent un point de départ pour juger une narration de recherche. Ce sont des éléments assez objectifs, mais d'autres paramètres, peut être plus subjectifs, interviennent aussi dans cette évaluation.

Il s'agit d'apprécier la **persévérance** de l'élève dans sa recherche, son **ingéniosité**, en prenant en considération ses possibilités personnelles et son évolution de comportement durant l'année scolaire. Chaque correction est très individuelle et doit être un encouragement à progresser car une des sources indéniable de la motivation des élèves pour ce type de devoir est **la qualité de l'attention manifestée par l'enseignant** pour les démarches de recherche de chacun d'eux. Le plus grand respect doit être réservé à l'originalité présentée par les pensées les plus personnelles de chacun.

3 . 4 LE COMPTE- RENDU EN CLASSE

Les copies corrigées, évaluées par une note chiffrée ou une lettre, l'enseignant va rendre compte à la classe entière des différentes recherches de chacun, mais il ne s'agit en aucun cas d'élaborer une narration modèle, car ces devoirs doivent garder leur caractère personnel. Toute fois, grâce à ces compte-rendu, les élèves pourront s'imprégner des qualités d'une bonne narration.

En début d'année, ces premières séances sont d'une importance capitale pour l'amélioration des narrations. Il est donc conseillé d'y consacrer une heure.

Pour mener ces séances, on retiendra les objectifs et pistes de travail suivants :

- **motiver les corrections** par le fait qu'elles permettent de se dire les uns aux autres quelles sont les différentes façons de chercher : c'est un enrichissement pour les futures narrations ;
- **valoriser les élèves en difficulté** en ne perdant aucune occasion de citer telle procédure intéressante, telle question pertinente trouvées dans leurs copies. En leur montrant qu'ils ont des capacités de recherche, ils prennent confiance en eux et leur attitude vis à vis des mathématiques se modifie. Il est à noter aussi que le comportement

collectif de toute la classe s'en trouve aussi modifié car ce ne sont plus toujours les mêmes élèves (les "bons" en math) qui sont cités ;

- **valoriser la recherche personnelle**, une discussion en classe sur les aides d'amis, parents est inévitable, mais les élèves se rendent vite compte que ces aides sont inefficaces, leurs copies deviennent pauvres puisqu'ils n'ont plus rien à raconter ;

- **citer toutes les stratégies** recensées, puis élaborer collectivement une solution qui émane ainsi du travail personnel de chacun ;

- **éviter de donner trop d'importance à la solution du problème cherché**. Cette solution est évidemment donnée aux élèves car elle est tout de même le moteur de la recherche, tout en insistant sur le fait que cette solution n'a pas été trouvée dans certaines "bonnes narrations de recherche" ;

- **personnaliser le compte rendu** en nommant précisément les élèves, dont on cite les démarches intéressantes ;

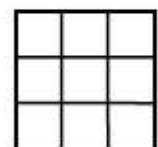
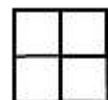
- **relire quelques "bons passages"** de différentes narrations, certains élèves s'en inspireront lors des futures narrations.

Les séances de compte rendu sont des moments de grande écoute, où les élèves sont curieux de connaître les différentes stratégies trouvées par leur camarades. Un débat peut s'instaurer, terrain propice à l'apprentissage de la démonstration.

De nouvelles consignes pour les prochaines narrations sont données, car les objectifs évoluent dans le temps, une fois le côté narratif satisfaisant, l'enseignant peut être plus exigeant sur les démarches de recherche, les procédures d'argumentation ou les démonstrations.

4 ENONCES DE NARRATION DE RECHERCHE DONNES EN SIXIEME

- Le produit d'un nombre pair avec lui-même est-il un nombre pair ?
- Dans l'expression $n^2 - n + 11$ si l'on remplace n par n'importe quel nombre entier naturel, obtient-on toujours un nombre qui n'a que deux diviseurs ?
- Le rectangle d'Euclide
Trace un rectangle ABCD tel que $AB = 8$ cm et $BC = 5$ cm.
Place un point E sur [AC] tel que $AE = 3$ cm.
Trace la parallèle à (AD) qui passe par E ; elle coupe (AB) en N et (DC) en L
Trace la parallèle à (AB) qui passe par E ; elle coupe (AD) en M et (BC) en K
Parmi les deux rectangles EMDL et ENBK quel est celui qui a la plus grande aire ?
- Paul a une certaine somme d'argent dans son porte-monnaie en partant faire ses commissions. Dans le premier magasin, il dépense la moitié de ce qu'il possède plus deux francs. Dans le deuxième magasin, il dépense la moitié de ce qui reste dans son porte monnaie, plus deux francs. Dans le troisième magasin, il fait de même, il a alors tout dépensé.
Combien possédait-il en partant de sa maison ?
- On dispose de feuilles de papier de forme carrée. On découpe de telle façon que tous les morceaux obtenus soient des carrés. Quel nombre de morceaux peut-on obtenir quand on découpe une de ces feuilles ? Peut-on avoir deux morceaux ? Trois morceaux ?
Quatre morceaux ? Cinq morceaux ? Essaie de trouver le plus de nombres possibles.
- Combien de carrés sur cette figure ?
Cinq ! Où sont-ils ?



Combien y a-t-il de carrés sur un tableau 3x3 c'est à dire celui-ci :
Sûrement plus de 12. Compte les exactement.

Et maintenant, sur un tableau de 4x4, sur un damier de jeu d'échecs, combien de carrés ?

- Trace un triangle ABC tel que $AB = 6$ cm ; $BC = 7,5$ cm et $AC = 9,5$ cm . Où doit on placer un point M sur le segment AB pour que les triangles CAM et CBM aient le même périmètre.
- Démasquer le coupable !
On sait que c'est un multiple de 9, c'est aussi un multiple de 5. Ce n'est pas un multiple de 2 et il est inférieur à 10 000. Quel est ce nombre mystérieux ?
9995 3779 9270 559 63728 10005
8928 10665 7245 975 555 555 555 95
- Un petit garçon raconte ses vacances. "Il y a eu 11 jours de pluie .Pendant ces 11 jours quand il pleuvait le matin, il faisait beau l'après-midi, et s'il pleuvait l'après-midi, il faisait beau le matin." Au total ce petit garçon a eu 9 matinées et 12 après-midi sans pluie, combien a-t-il eu de jours de vacances ?